

PRAKTIKUM IV

Úloha č.: **XVII**

Název: Zeemanův jev

Vypracoval: **Michal Bareš**

dne 18.10.2007

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval: dne výsledek klasifikace

Připomínky:

Pracovní úkol

- 1) Proměřte závislost magnetické indukce na proudu magnetu.
- 2) Ze známé hodnoty indexu lomu určete velikost disperzní oblasti Lummerovy-Gehrckovy desky.
- 3) Změřte rozštěpení červené spektrální čáry kadmia pro několik hodnot magnetické indukce. Rozštěpení pozorujte ve směru kolmém k magnetickému poli. Zpracujte graficky.
- 4) Určete polarizaci složek rozštěpené čáry. Totéž proveďte při pozorování ve směru magnetického pole.
- 5) Kvalitativně popište výsledky pozorování Zeemanova jevu na zelené čáře kadmia ($\lambda = 508,6$ nm).

Teorie

Působí-li na atom vyzařující elektromagnetické záření vnější magnetické pole, ovlivňuje mechanismus vyzařování, způsobuje posun energetických hladin a tím i rozštěpení spektrálních čar. Tento fenomén je znám jako Zeemanův jev. Některé spektrální čáry se štěpí na 3 části (triplety, jedná se o tzv. normální Zeemanův jev), zatímco jiné vykazují složitější strukturu štěpení (a vytvářejí tak multiplety – v tomto případě jde o tzv. anomální Zeemanův jev). Normální Zeemanův jev lze jednoduše vysvětlit pomocí Lorentzovy teorie, přesnější vysvětlení včetně objasnění anomálního jevu podává kvantová mechanika.

Pro vlnové délky složek normálně rozštěpené čáry platí podle Lorentze vztah

$$\lambda = \lambda_0 \pm \delta \lambda \quad (1)$$

kde

$$\delta \lambda = \frac{eB \lambda_0^2}{4 \pi c m_e} \quad (2)$$

přičemž λ_0 je vlnová délka střední čáry tripletu (která by měla odpovídat vlnové délce nerozštěpené čáry mimo magnetické pole), B je magnetická indukce vnějšího pole, c rychlost světla ve vakuu a m_e hmotnost elektronu. Podle tohoto vztahu je změna vlnové délky složky rozštěpené čáry přímo úměrná velikosti magnetického pole. Pomocí tohoto vzorce lze rovněž spočítat měrný náboj elektronu e/m_e .

V závislosti na směru pozorování vůči orientaci magnetického pole jsou jednotlivé složky rozštěpené čáry různě polarizovány. Střední složka rozštěpené čáry odpovídá vyzařování dipólu oscilujícího ve směru magnetické indukce, krajní složky potom oscilacím v rovině kolmé k indukci. Pozorujeme-li rozštěpení ve směru kolmém na směr magnetického pole, je střední složka tripletu lineárně polarizována ve směru magnetické indukce a obě krajní složky jsou lineárně polarizované ve směru kolmém na magnetické pole. Pozorujeme-li naopak ve směru magnetického pole, vidíme pouze obě krajní složky (dipól ve směru osy nevyzařuje) přičemž tyto jsou kruhově polarizované.

Vzhledem k velmi malým posunům $\delta \lambda$ ke kterým vlivem Zeemanova jevu dochází, je nutné pro jeho pozorování použít disperzní prvek s velkou rozlišovací schopností. Takovým prvkem může být například Lummer-Gehrckeova deska, využívající interference mnoha svazků. Princip její funkce je popsán například v [1]. Malá velikost disperzní oblasti $\Delta \lambda_D$ není v tomto případě na závadu, neboť zkoumáme pouze úzké okolí dané spektrální čáry. Omezíme-li se na výstupní úhly záření vycházejícího z desky blízké $\beta = \pi/2$, platí pro posuv vlnové délky krajní složky rozštěpené čáry vztah

$$\delta \lambda = \frac{(\Delta \beta)}{(\Delta \beta)'} \frac{\lambda^2}{2d \sqrt{n^2 - 1}} \quad (3)$$

kde $(\Delta \beta)$ je úhlový posuv krajní složky čáry od složky střední a $(\Delta \beta)'$ je úhlová odlehlost sousedních interferenčních maxim. Za podmínky $(\Delta \beta) = (\Delta \beta)'$ dostáváme vztah pro šířku disperzní oblasti $\Delta \lambda_D$

$$\Delta \lambda_d = \frac{\lambda^2}{2d \sqrt{n^2 - 1}} \quad (4)$$

kde λ je vlnová délka zkoumané čáry, d je tloušťka destičky a n je index lomu materiálu destičky (obecně závislý na λ). Pro index lomu lze použít vztah

$$n = 1,44263 + \frac{7,065}{\lambda - 144} \quad (5)$$

aproximující skutečný index lomu s přesností lepší než $3 \cdot 10^{-5}$. Vlnová délka se v tomto případě dosazuje v nanometrech.

Vhodnou volbou poměru $(\Delta \beta)/(\Delta \beta)'$ lze stanovit velikost rozštěpení $\delta \lambda$ s rozumnou přesností pouze ze znalosti parametrů desky d a N , aniž by bylo třeba měřit hodnoty příslušných úhlových posuvů a odlehlostí. Nastavením magnetické indukce tak, aby interferenční maxima všech tří složek čáry byla rovnoměrně geometricky rozložena, bude zřejmě $(\Delta \beta)/(\Delta \beta)' = 1/3$. Při odstínění střední složky čáry polarizátorem, a opětovném nastavení indukce tak, aby byly krajní složky rovnoměrně rozloženy bude $(\Delta \beta)/(\Delta \beta)' = 1/4$. Nevýhodou tohoto způsobu měření je fakt, že jsme vázáni na jednu konkrétní hodnotu magnetické indukce.

Použijeme-li metodu odečítání příslušných úhlových posuvů a odlehlostí, platí pro diferenci vlnové délky krajní složky čáry vztah

$$\delta \lambda = \frac{y_1 - z_1}{x_2 - x_0} \Delta \lambda_D \quad (6)$$

přičemž $(y_1 - z_1)$ je úhlová vzdálenost krajních složek rozštěpené čáry a $(x_2 - x_0)$ je úhlová odlehlost obou sousedních interferenčních maxim střední složky čáry. Tento vzorec částečně omezuje vliv nerovnoměrného rozložení interferenčních maxim v okolí $\beta = \pi/2$ kde je měření prováděno.

Magnetickou indukci v místě experimentu měříme pomocí magnetometru s Hallovou sondou, kterou poté nahradíme zářící kadmiovou výbojkou.

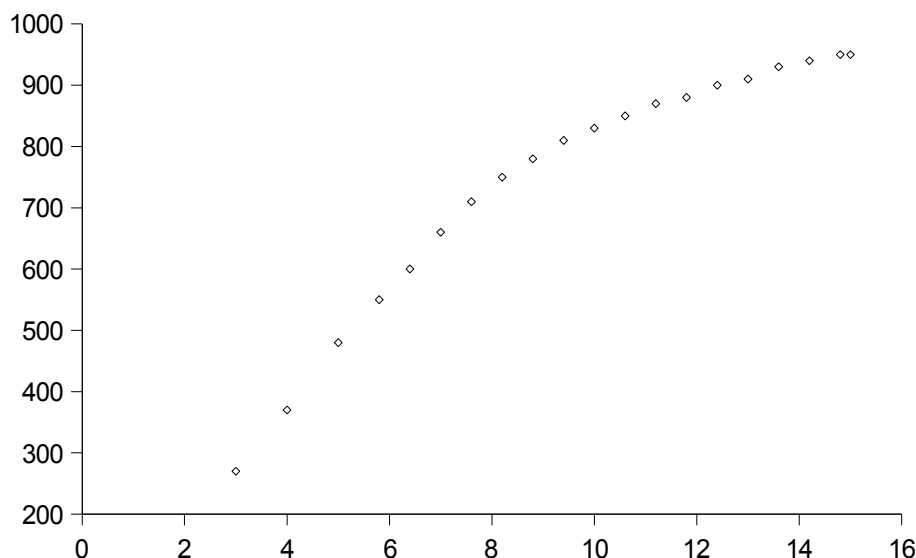
Výsledky měření

Nejprve jsem změřil závislost buzené magnetické indukce na proudu procházejícím elektromagnety. Výsledky tohoto měření jsou shrnuty v tabulce 1 a znázorněny v grafu 1. Magnetometr poskytoval údaje o indukci jako Hallovo napětí na sondě, přičemž kalibrační vztah mezi napětím a indukcí byl $1\text{mV} = 100\text{mT}$.

Tabulka 1: Závislost magnetické indukce na proudu tekoucího elektromagnetem

I/A	U/mV	B/mT	I/A	U/mV	B/mT
3,0	2,7	270	10,0	8,3	830
4,0	3,7	370	10,6	8,5	850
5,0	4,8	480	11,2	8,7	870
5,8	5,5	550	11,8	8,8	880
6,4	6,0	600	12,4	9,0	900
7,0	6,6	660	13,0	9,1	910
7,6	7,1	710	13,6	9,3	930
8,2	7,5	750	14,2	9,4	940
8,8	7,8	780	14,8	9,5	950
9,4	8,1	810	15,0	9,5	950

Graf 1: Závislost magnetické indukce na proudu tekoucího elektromagnetem



Třída přesnosti použitých přístrojů, milivoltmetru i ampérmetru byla 1, tedy při použitých rozsazích (15mV a 20A) jsou jejich chyby 0,15mV, resp. 0,2A.

Velikost disperzní oblasti Lummer-Gehrckeovy desky jsem spočítal podle vztahů (4) a (5) pro červenou a zelenou čáru kadmia z těchto parametrů:

$$d = 4,04 \text{ mm}$$

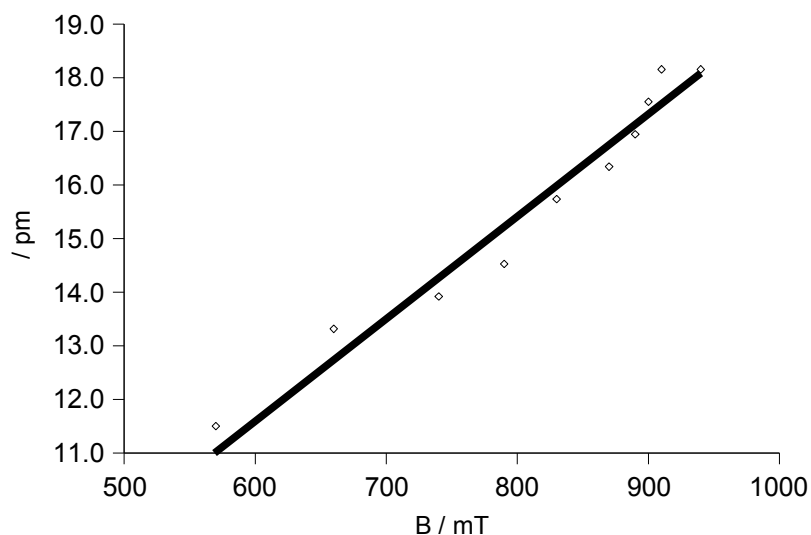
červená čára	zelená čára
$\lambda_R = 643,8 \text{ nm}$	$\lambda_G = 508,6 \text{ nm}$
$n_R = 1,4568$	$n_G = 1,4620$
$\Delta\lambda_D = 48,42 \text{ pm}$	$\Delta\lambda_D = 30,02 \text{ pm}$

Dále jsem měřil závislost velikosti rozštěpení červené čáry na magnetické indukci, a to metodou odečítání úhlových posuvů složek čáry a odlehlostí interferenčních maxim. Pro výpočet $\delta\lambda$ dle vztahu (6) jsem použil hodnotu $\Delta\lambda_D$ vypočítanou v předchozím úkolu. Odlehlost interferenčních maxim řádu $(k-1)$ a $(k+1)$ byla během měření konstantní (pozoroval jsem vždy stejná maxima). Magnetickou indukci příslušnou danému proudu jsem určoval pomocí kalibračního závislosti zjištěné v prvním úkolu. Výsledky měření a výpočtů shrnuje tabulka 2 a znázorňuje graf 2.

Tabulka 2: Závislost rozštěpení červené čáry kadmia na magnetické indukci

(x_2-x_0)	(y_1-z_1)	$\Delta\lambda / \text{pm}$	I / A	B / mT
40	9,5	11,5	6	570
40	11	13,3	7	660
40	11,5	13,9	8	740
40	12	14,5	9	790
40	13	15,7	10	830
40	13,5	16,3	11	870
40	14	17,0	12	890
40	14,5	17,5	12,5	900
40	15	18,2	13	910
40	15	18,2	14	940

Graf 2: Závislost rozštěpení červené čáry kadmia na magnetické indukci



Úhlové posuvy a odlehlosti jsem měřil s přesností na $\pm 0,5$ dílku, chybu určení magnetické indukce jsem stanovil na ± 10 mT. Tohoto měření jsem se rozhodl využít k určení měrného náboje elektronu, což jsem učinil pomocí lineární regrese (s pevným počátkem (0;0)). Po vyjádření e/m_e ze vzorce (2) a dosazení příslušných konstant jsem tak obdržel výsledek

$$e/m_e = (1,74 \pm 0,05) \text{ C.kg}^{-1}$$

Rovnoměrné rozložení všech tří složek červené čáry jsem pozoroval několikrát nezávisle, přičemž odchylky jednotlivých měření byly v rámci přesnosti měření. Konkrétně jsem ono rozdělení pozoroval při proudu elektromagnetem $I = (10,4 \pm 0,2) \text{ A}$ čemuž odpovídá magnetická indukce $B = (840 \pm 20) \text{ mT}$. Tomu podle vzorce (2) odpovídá $\Delta\lambda = (16,3 \pm 0,4) \text{ pm}$. Hodnota získaná výpočtem podle (3) by měla být $\Delta\lambda = 16,1 \text{ pm}$.

Rovněž jsem měřil proud při odstínění střední složky a rovnoměrném rozložení krajních složek čáry. Odchylky jednotlivých měření opět nepřesahovaly přesnost měření. Příslušný proud činil $I = (6,8 \pm 0,2) \text{ A}$ a odpovídající magnetická indukce $B = (630 \pm 20) \text{ mT}$. Podle (2) tedy získáváme $\Delta\lambda = (12,2 \pm 0,4) \text{ pm}$. Stejně měření jsem provedl později při pohledu ve směru rovnoběžném se směrem magnetického pole s těmito výsledky: $I = (7,4 \pm 0,2) \text{ A}$ a odpovídající magnetická indukce $B = (690 \pm 20) \text{ mT}$. Podle (3) tedy získáváme $\Delta\lambda = (13,4 \pm 0,4) \text{ pm}$. Hodnota získaná výpočtem podle (3) by měla být $\Delta\lambda = 12,1 \text{ pm}$.

Rovněž jsem pozoroval polarizaci složek rozštěpené čáry, a to jak při pohledu ve směru magnetického pole, tak při pohledu kolmém na směr magnetického pole. Pro toto měření jsem používal polarizátoru a čtvrtvlnné destičky. Při pohledu ve směru kolmém na mag. pole jsem použitím polarizátoru zjistil, že všechny složky čáry jsou lineárně polarizované, přičemž střední složka má rovinu polarizace kolmou k rovině polarizace obou krajních složek. Při pohledu ve směru pole nebyla střední složka viditelná a obě krajní složky byly kruhově polarizované. Pomocí čtvrtvlnné destičky jsem zjistil, že orientace jejich polarizace je opačná.

Při zkoumání Zeemanova jevu na zelené čáře kadmia při menších indukcích bylo obtížné rozlišit jednotlivá rozštěpení kvůli jejich šířce, nicméně bylo patrné, že štěpení vykazuje jemnější strukturu. Skutečně tedy dochází k anomálnímu Zeemanově jevu a vytváří se multiplet. Pokud jsem navýšil proud tak, že jednotlivé složky čáry byly odlišitelné, docházelo již k překrývání sousedních interferenčních maxim.

Diskuse

Vzhledem k tomu, že jsem na své oko nemohl zcela správně zaostřit záměrný kříž a obrazy čar byly při pozorování slabé, jejich spolehlivé proměření bylo proto zatížené určitou nejistotou. Tu jsem se snažil co nejvíce omezovat umístováním záměrného kříže dalekohledu do stejných oblastí čáry. Dále spatřuji zdroj chyb v odečítání hodnot na výchylkoměru i na ampérmetru.

V rámci určené chyby se mnou naměřená hodnota měrného elektrického náboje elektronu $e/m_e = (1,74 \pm 0,05) \text{ C.kg}^{-1}$ velmi dobře shoduje se skutečnou hodnotou této konstanty $e/m_e = 1,76 \text{ C.kg}^{-1}$.

Rovněž při zkoumání Zeemanova rozštěpení při rovnoměrném rozložení čar se naměřené hodnoty rozštěpení v rámci přesnosti měření shodují s hodnotami vypočtenými ze vzorce (3), pouze při pozorování ve směru rovnoběžném se směrem magnetického pole se naměřená hodnota poněkud odlišuje od předpovědi i od měření v kolmém směru. Tento jev je poněkud zvláštní, neboť teorie nic takového nepředpokládá. Vzhledem k tomu, že jsem měření několikrát opakoval se stejnými výslednými hodnotami, bych nepřeceňoval vliv subjektivního posouzení rovnoměrnosti rozložení rozštěpených čar. Jistý vliv by mohla mít změna vlastností elektromagnetu s tím, jak se během experimentu zahřívaly. Měření v různých směrech byla totiž prováděna se značným časovým odstupem. Bohužel, nesouladu jsem si všimnul až po skončení měření a proto jsem nemohl provést měření závislosti indukce na proudu ještě jednou s ohřátými magnety, což by mojí domněnku mohlo potvrdit nebo vyvrátit.

Závěr

Proměřil jsem závislost magnetické indukce na proudu tekoucím magnetem (tabulka 1 a graf 1). Určil jsem velikost disperzní oblasti Lummerovy-Gehrckeovy desky pro červenou a zelenou čáru kadmia:

$\Delta\lambda_D = 48,42 \text{ pm}$ pro červenou čáru a $\Delta\lambda_D = 30,02 \text{ pm}$ pro zelenou čáru. Závislost rozštěpení červené spektrální čáry na magnetické indukci je uvedena v tabulce 2 a grafu 2. Určil jsem takto měrný náboj elektronu jako $e/m_e = (1,74 \pm 0,05) \text{ C.kg}^{-1}$. Změřil jsem hodnoty magnetické indukce odpovídající takovému rozštěpení čáry, kdy jsou jednotlivé složky rovnoměrně rozloženy a spočítal jsem odpovídající hodnoty změny vlnové délky. Rozbor polarizace složek tripletu a anomálního Zeemanova jevu na zelené čáře kadmia je proveden v části **Měření**.

Literatura

[1] elektronické texty k úlohám praktika (<http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp>)