

PRAKTIKUM IV

Úloha č.: **XI**

Název: Stern-Gerlachův experiment

Vypracoval: **Michal Bareš**

dne 22.11.2007

Pracovní úkol

- 1) Zkontrolujte vakuum v aparatuře a při dosažení potřebného vakua zprovozněte detektor iontů a píčku. Sledujte zbytkový proud detektoru a v případě potřeby vyčistěte povrch emisní elektrody doporučeným postupem.
- 2) Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorový profil atomového svazku při nulovém magnetickém poli.
- 3) Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorové profily atomového svazku při magnetizačních proudech 200 mA, 400 mA, 600 mA, 800 mA, 1000 mA..
- 4) Z naměřených hodnot štěpení svazku určete hodnotu Bohrova magnetonu a diskutujte přesnost metody.

Teorie

Stern-Gerlachův experiment, který prokázal existenci prostorového kvantování magnetického momentu atomu, přispěl významným způsobem k formulaci kvantové mechaniky, zejména pak hypotézy o existenci spinu.

Pokud se magnetický dipól μ nachází v nehomogenním magnetickém poli B , působí na něj síla F

$$F = \mu \nabla B \quad (1)$$

V daném experimentálním uspořádání prochází svazek atomů orientovaný ve směru osy x magnetickým polem kolmým na směr svého pohybu ve směru osy z . Působením síly

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z} \quad (2)$$

dochází k odklonu směru letu jednotlivých atomů ve směru osy z v závislosti na velikosti jejich z -tové složky magnetického momentu. Ve vnější elektronové slupce atomů draslíku používaných v experimentu se nachází pouze jeden elektron, který má v základním stavu nulový orbitální moment. Magnetický moment elektronových obalů těchto atomů je tedy zcela určen spinem S tohoto elektronu

$$\mu = - \frac{e}{2m_e} g_s S \quad (3)$$

kde e je elementární náboj, m_e je hmotnost elektronu, g_s je tzv. g-faktor elektronového spinu (pro účely experimentu je možné jeho hodnotu považovat rovnou 2). Podle kvantové teorie je spin elektronu kvantován, čehož je možné využít při průchodu atomů magnetickým polem, kdy dojde k prostorové separaci svazku na několik komponent v závislosti na z -tové složce spinu elektronu, která je kvantována jako

$$S_z = m_s \hbar \quad (4)$$

kde magnetické kvantové číslo může nabývat hodnot $m_s = \pm 1/2$. Zavedeme-li *Bohrův magneton*

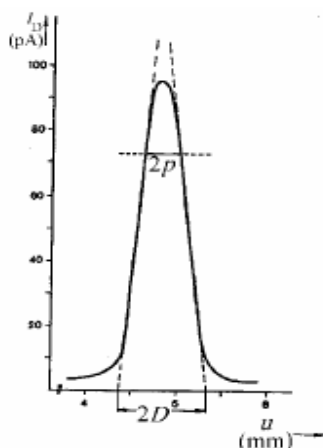
$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} \quad (5)$$

můžeme po dosazení do (3) a (2) vyjádřit sílu působící na atomy prolétávající mag. polem jako

$$F = g_s m_s \mu_B \frac{\partial B}{\partial z} \quad (6)$$

Atomy používané v experimentu jsou emitovány ve žhavicí pícce. Pomocí soustavy štěrbin je z nich vybírán úzký prostorový svazek, který následně prochází silně nehomogenním magnetickým polem, kolmým na osu svazku. Atomy poté proletí dráhu l , načež jsou zaznamenávány Langmuirovým-Taylorovým detektorem. Posuvem aparatury vůči detektoru je možné měřit prostorové rozložení toku dopadajících atomů.

Měříme-li při vypnutém magnetickém poli, má profil svazku tvar znázorněný na obr. 1,



obr.1 – prostorový profil svazku

když na svislé ose je vynesena proud detektoru odpovídající intenzitě toku dopadajících atomů a na vodorovné ose souřadnice z . Křivku na obrázku můžeme aproximovat jako dvě přímky na které navazuje parabolický „vrchol“. Šířka svazku je zde označena jako $2D$, šířka parabolického vrcholu jako $2p$. Pro velikost Bohrova magnetonu pak při daném experimentálním uspořádání pro velké hodnoty gradientu mag. pole platí přibližně vztah

$$\mu_B = \frac{2k_B T}{l \left(1 - \frac{L}{2l}\right)} \frac{3u_e - \frac{C}{\mu_e}}{\frac{\partial B}{\partial z}} \quad (7)$$

kde $L = 70\text{mm}$ je délka magnetického analyzátoru (oblast působení mag. pole), T je teplota, k_B Boltzmanova konstanta a u_e je vzdálenost obou maxim svazku při zapnutém magnetickém poli. Veličina C reprezentuje poměr

$$C = \frac{D^4 - \frac{p^4}{5}}{D^2 - \frac{p^2}{3}} \quad (8)$$

Hodnotu gradientu pole můžeme spočítat z empirického vztahu

$$\frac{\partial B}{\partial z} = 0,968 \frac{B_H}{a} \quad (9)$$

vlastního použité aparatury, kde B_H představuje indukci v místě štěrbin uvnitř magnetického analyzátoru a $a = 2,5\text{mm}$ vzdálenost vodičů budících mag. pole. Vztah mezi indukcí B_H a magnetizačním proudem I udává magnetizační křivka, která je součástí dokumentace aparatury. Schéma uspořádání přístrojů a jejich bližší popis lze nalézt v [1].

Výsledky měření

Teplotu žhavicí píčky jsme nastavili na $t = (180 \pm 1)^\circ\text{C}$ a během měření jí udržovali na této hodnotě. Tlak v aparatuře se pohyboval na dostatečně nízké hodnotě mezi $7 \cdot 10^{-7}$ Pa na začátku po $4 \cdot 10^{-7}$ Pa na konci měření.

Proud magnetickým analyzátozem jsem zvyšoval jednosměrně, abych se nevychýlil ze vzestupné větve magnetizační křivky a vyhnul se tak nutnosti demagnetizace. Pro zaznamenání naměřených hodnot jsem použil automatický souřadnicový zapisovač s ručním posuvem; záznamy z něj jsou přiloženy k protokolu. Na vodorovné ose je vynesena počet otáček posuvníku aparatury, přičemž jedna otáčka odpovídá skutečnému posuvu v místě detektoru o **1,8mm** v ose z . Je zřejmé, že měřítko není lineární, nicméně při odečítání vzdáleností jsem měřítko v rozsahu jedné otáčky za lineární pokládal. Nepřesnost takto vzniklá je ve srovnání se samotnou přesností odečítání malá. Na svislé ose je pak vynesena intenzita proudu detektoru odpovídající toku dopadajících atomů v daném místě svazku.

Nejprve jsem změřil profil svazku při vypnutém magnetickém poli a následně určil hodnoty **$2D = (1,86 \pm 0,06)\text{mm}$** a **$2p = (0,18 \pm 0,3; -0,06)\text{mm}$** . Chyba je určena jako přesnost odečítání vzdáleností na záznamu zapisovače pomocí pravítka ($\pm 1\text{mm}$) u měření $2D$. Určení oblasti zlomu křivky, kde se měří hodnota $2p$ bylo velice nejisté, proto udávám poměrně velkou chybu (více viz. diskuze). Z těchto hodnot jsem spočítal veličinu **$C = (0,86 \pm 0,02)\text{mm}^2$** .

Dále jsem proměřoval profily svazku při různých magnetizačních proudech. Ty jsou uvedeny, společně s příslušnými indukcemi, odečtenými z magnetizační křivky, v tabulce 1. U jednotlivých měření jsem také zjišťoval vzdálenost maxim svazku $2u_e$ a dopočítával veličinu $3u_e - C/u_e$.

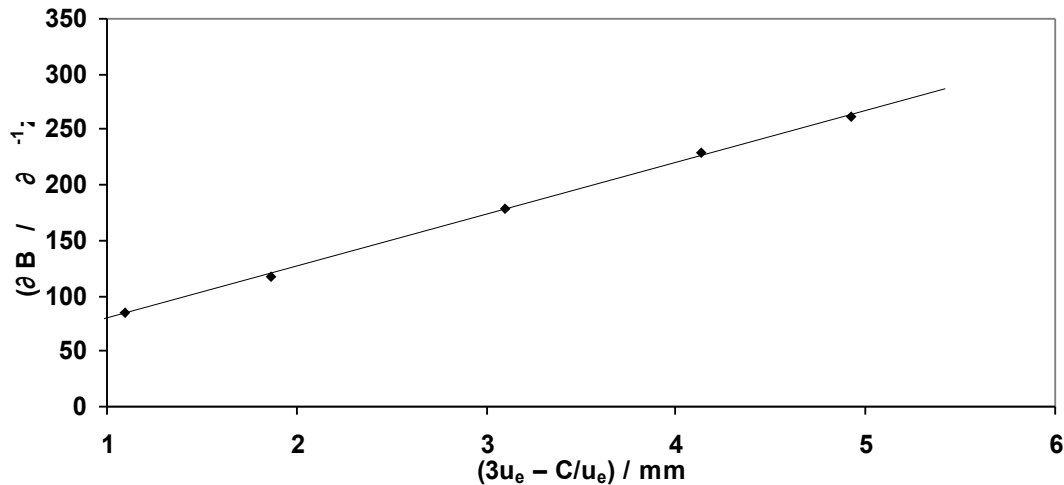
Tabulka 1:

I / mA	200	300	400	600	800	1000
B_H / mT	135	220	305	460	590	675
$(\partial B / \partial z) / \text{T.m}^{-1}$	52,3	85,2	118,1	178,1	228,4	261,4
$2u_e / \text{mm}$	-	1,50	1,86	2,52	3,12	3,60
$3u_e - C/u_e / \text{mm}$	-	1,10	1,87	3,10	4,13	4,92

Chyba určení proudu byla $\pm 10\text{mA}$, čemuž odpovídá chyba stanovení indukce $\pm 6\text{mT}$ a jejího gradientu $\pm 0,3\text{T/m}$. Chybu odečtu polohy maxim na záznamu ze zapisovače jsem opět stanovil na $\pm 1\text{mm}$, čemuž odpovídá chyba $\pm 0,06\text{mm}$ skutečného posuvu v místě detektoru. Chyba určení $3u_e - C/u_e$ je potom $\pm 0,1\text{mm}$. Při proudu 200mA nebyla maxima ještě rozlišitelná, proto u nich neuvádím jejich vzdálenost.

Výše uvedené hodnoty jsem vynesl do grafu 2 a pomocí lineární regrese jsem stanovil konstantu úměrnosti mezi gradientem magnetické indukce a veličinou $3u_e - C/u_e$.

Graf 1: Závislost $\partial B/\partial z$ na $3u_e - C/u_e$



Velikost této konstanty je $(\partial B/\partial z) / (3u_e - C/u_e) = (56 \pm 3) \cdot 10^3 \text{T} \cdot \text{m}^{-2}$. Chyba je stanovena jako chyba lineární regrese a chyby měření jednotlivých dílčích veličin. Délka dráhy l činila 455mm , po dosazení patřičných hodnot a (převráceného) koeficientu z lineární regrese do vztahu (7) jsem získal hodnotu Bohrova magnetonu

$$\mu_B = (7,6 \pm 0,5) \cdot 10^{-24} \text{A} \cdot \text{m}^2$$

Diskuze

Tabulková hodnota Bohrova magnetonu je $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{A} \cdot \text{m}^2$. Můj výsledek se s touto hodnotou bohužel ani v rámci chyby neshoduje.

Vliv na výsledek mohlo mít zejména určování prostorových maxim svazku, kdy se souřadnicovým zapisovačem posouvalo ručně – v místech strmého růstu či poklesu bylo obtížné udržet dostatečně jemné a pomalé posuny – zapisovač měl jistou setrvačnost, mohlo tedy docházet k posuvům a mírným systematickým deformacím zaznamenaných křivek. Totéž platí pro určení parametrů křivky získané při nulovém magnetickém poli. Zejména parametr p je určen velice nespolehlivě, místo zlomu charakteru křivky jsem víceméně odhadnul.

Je zajímavé, že maxima nejsou symetrická, což ukazuje na vnitřní nesymetrii v aparatuře. Následným rozбором postupu měření i výsledků jsem nenalezl žádnou hrubou ani systematickou chybu, která by mohla vysvětlit nesoulad s tabulkovou hodnotou. Nemám však žádnou kontrolu nad správností či přesností udávaných parametrů aparatury.

Závěr

Ověřil jsem, že prostorový magnetický moment atomů draslíku je kvantován a pokusil jsem se změřit Bohrov magneton. Dospěl jsem k výsledku

$$\mu_B = (7,6 \pm 0,5) \cdot 10^{-24} \text{A} \cdot \text{m}^2$$

Literatura

- [1] studijní text k úloze č. 11; <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp>
- [2] magnetizační křivka elektromagnetu přiložená k experimentu